Cocina

Áreas de figuras planas

Autores:

Wendy Doria
Documento de Identidad: 1.063.178.464

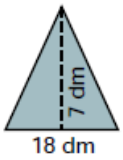
Dayana Viloria
Documento de Identidad: 1.062.682.359

Código de ficha:
Número: 3.065.846

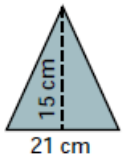
Fecha:
20/11/2024

Área del triangulo

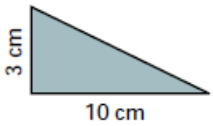
1. Calcula el área de los siguientes triángulos.



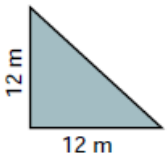
$$A = \frac{18dm \times 7dm}{2} = 63dm^2$$



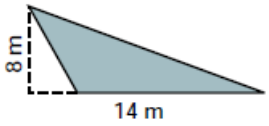
$$A = \frac{21cm \times 15cm}{2} = 157,5cm^2$$



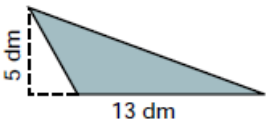
$$A = \frac{10cm \times 3cm}{2} = 15cm^2$$



$$A = \frac{12m \times 12m}{2} = 72m^2$$

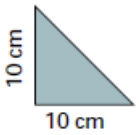


$$A = \frac{14m \times 8m}{2} = 56m^2$$

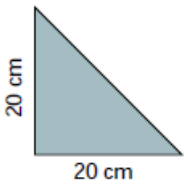


$$A = \frac{13dm \times 5dm}{2} = 32,5dm^2$$

2. Calcula el área de los siguientes triángulos isósceles



$$A = \frac{10cm \times 10cm}{2} = 50cm^2$$

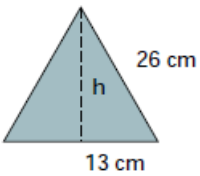


$$A = \frac{20cm \times 20cm}{2} = 200cm^2$$

¿Qué relación existe entre las áreas de estos dos triángulos?

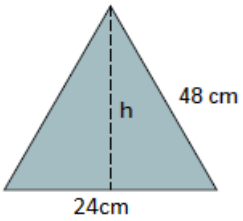
El área del segundo triangulo es 4 veces el área del primer triangulo.

3. Calcula el área de los siguientes triángulos equiláteros.



$h = \sqrt{26^2 - 13^2} = 13\sqrt{3} \approx 22,52$

$A \approx \dfrac{13cm \times 22,52cm}{2} = 146,38cm^2$

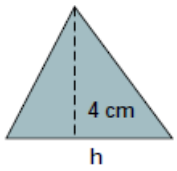


$h = \sqrt{48^2 - 24^2} = 24\sqrt{3} \approx 41,57$

$A \approx \dfrac{24cm \times 41,57cm}{2} = 498,84cm^2$

4. Calcula:

a) La base de un triángulo de 14 cm^2 de área y 4 cm de altura.



Usando la formula del área de un triangulo (base por altura entre dos) y dado que 14 cm^2 y 4 cm son el área del triangulo y la altura respectivamente tenemos que

$$14cm^2 = \frac{h \times 4cm}{2}$$

luego

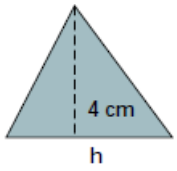
$$14cm^2 \times 2 = h \times 4cm$$

en consecuencia despejando h se sigue que

$$\frac{14cm^2 \times 2}{4cm} = h$$

así $h = 7cm$, es decir la base del triangulo es de 7 cm.

b) La altura de un triángulo de 735 cm^2 de área y 42 cm de base.



Usando la formula del área de un triangulo (base por altura entre dos) y dado que 735 cm^2 y 42 cm son el área del triangulo y la base respectivamente tenemos que

$$735cm^2 = \frac{h \times 42cm}{2}$$

luego

$$735cm^2 \times 2 = h \times 42cm$$

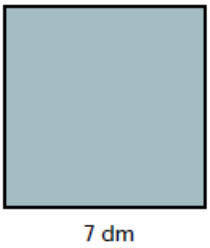
en consecuencia despejando h se sigue que

$$\frac{735cm^2 \times 2}{42cm} = h$$

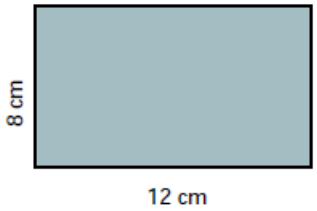
así $h = 35cm$, es decir la altura del triangulo es de 35 cm.

Área de los cuadriláteros

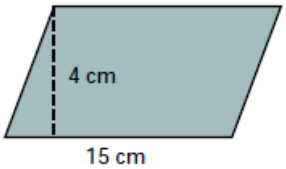
1. Calcula el área de los siguientes polígonos



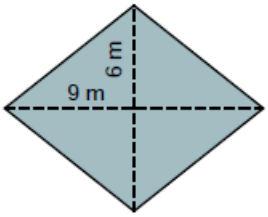
$A = 7dm \times 7dm = 49dm^2$



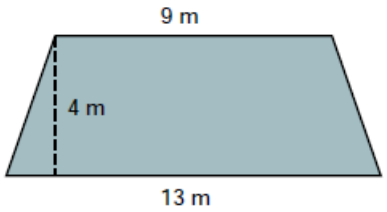
$A = 12cm \times 8cm = 96cm^2$



$A = 15cm \times 4cm = 60cm^2$



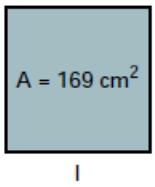
$$A = \frac{6m \times 9m}{2} = 27m^2$$



$$A = \frac{(9m + 13m) \times 4m}{2} = 44m^2 \quad \left(A = \frac{(B + b) \times h}{2}\right)$$

2. Calcula:

   a) El lado de un cuadrado cuya área es 169 cm^2.

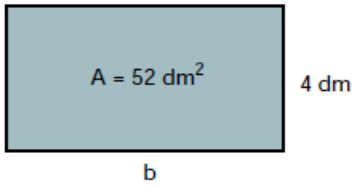


   Como el area de un cuadrado es la medida de uno de sus lados a la dos se sigue que

$$169cm^2 = I^2$$

   luego $I = 13cm$, así el lado del cuadrado mide 13 cm.

   b) La base de un rectángulo que tiene 52 dm^2 de área y su altura mide 4 dm.



   Como el área de un rectángulo es base por altura se sigue que

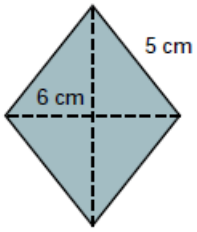
$$52dm^2 = b \times 4dm$$

entonces

$$b = \frac{52dm^2}{4dm} = 13dm$$

luego la base del rectángulo es de 13 dm.

c) El área de un rombo que tiene 5 cm de lado y 6 cm de diagonal menor.



Sea D la longitud de la diagonal vertical del rombo, entonces de la figura y el teorema de pitagoras tenemos que

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{6}{2}cm\right)^2 = (5cm)^2$$

luego

$$\frac{D^2}{4} + 9cm^2 = 25cm^2$$

en consecuencia

$$\frac{D^2}{4} = 25cm^2 - 9cm^2 = 16cm^2$$

de esta manera

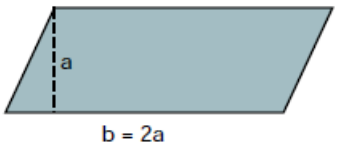
$$D^2 = 16cm^2 \times 4 = 64$$

asi $D = 8cm$.

Por formula tenemos que el área del rombo esta dada por

$$A = \frac{8cm \times 6cm}{2} = 24cm^2$$

d) El área de un romboide cuya base y altura suman 12 cm y la base mide el doble.



Como la base b mide el doble de la altura a tenemos que $b = 2a$; ahora dado que la suma de la base y la altura es igual a 12 cm se sigue que

$$2a + a = 12cm$$

entonces

$$3a = 12cm$$

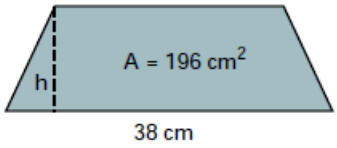
luego

$$a = \frac{12cm}{3} = 4cm$$

en consecuencia la altura y la base del romboide son 4cm y 8cm respectivamente. Por formula tenemos que área del romboide esta dada por

$$A = 4cm \times 8cm = 32cm^2.$$

e) La altura de un trapecio cuyas bases miden 38 cm y 18 cm y el área es 196 cm^2.



Por la formula del área de un trapecio y los datos proporcionados se sigue que

$$196cm^2 = \frac{(38cm + 18cm) \times h}{2}$$

entonces

$$196cm^2 = \frac{56cm \times h}{2}$$

luego

$$196cm^2 \times 2 = 56cm \times h$$

en consecuencia

$$h = \frac{196cm^2 \times 2}{56cm} = 7cm$$

es decir la altura del trapecio es de 7cm .

Problemas de áreas de triángulos y cuadriláteros

1. Calcula el número de baldosas cuadradas que hay en un salón rectangular de 6 m de largo y 4,5 m de ancho, si cada baldosa mide 30 cm de lado.

   Dado que cada baldosa mide 30 cm de lado y el largo del salón es 6 m (600 cm), entonces a lo largo del salón caben 20 baldosas pues

   $$\frac{600cm}{30cm} = 20;$$

   ademas de la misma forma debido a que baldosa mide 30 cm de lado y el ancho del salón es 4,5 m (450 cm), entonces a lo ancho del salón caben 15 baldosas pues

   $$\frac{450cm}{30cm} = 15;$$

   luego el numero de baldosas que caben en total en el salón son 300 pues $20 \times 15 = 300$.

2. Calcula cuál es el precio de un mantel cuadrado de 3,5 m de lado si el m^2 de tela cuesta 1200 pesetas.

   Como cada lado del mantel cuadrado mide 3,5 m, entonces el área que ocupa el mantel es

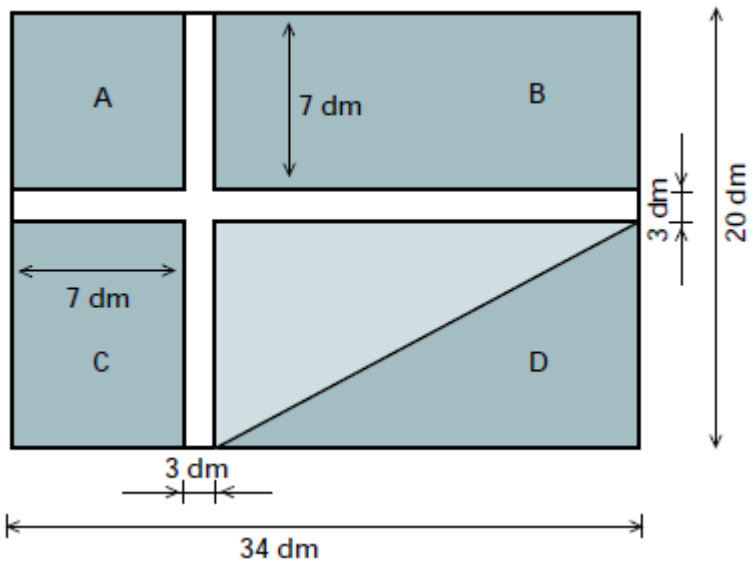
   $$A = (3,5m)^2 = 12,25m^2$$

   luego el precio del mantel estaría dado por

   $$P = 12,25 \times 1200 = 14700$$

   es decir el mantel cuesta 14700 pesetas.

3. Calcula el área del cuadrado A, de los rectángulos B y C y el triángulo D de la figura



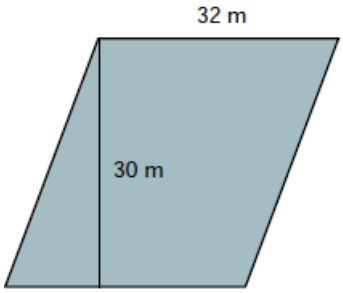
De la figura podemos notar que A es un cuadrado de $7dm$ de lado, entonces el área del cuadrado A es igual a $49dm^2$.

Podemos notar que la figura es un rectángulo cuyo ancho es igual a $34dm$, luego sustrayendo $7dm$ (anchura del rectángulo C) y los $3dm$ del espacio entre las figuras, tenemos que el ancho del rectángulo B es igual a $24dm$, luego el área del rectángulo B es igual a $168dm^2$ ($7dm \times 24dm$).

Podemos notar que la figura es un rectángulo cuya altura es igual a $20dm$, luego sustrayendo $7dm$ (alto del rectángulo B) y los $3dm$ del espacio entre las figuras, tenemos que la altura del rectángulo C es igual a $10dm$, luego el área del rectángulo c es igual a $70dm^2$ ($7dm \times 10dm$).

Como la base del triangulo D es igual al ancho del rectángulo B ($24dm$) y la altura del triangulo D es igual a la altura del rectángulo C ($10dm$) se sigue que el área del rectángulo D es igual a $120dm^2$ $\left(\frac{24dm \times 10dm}{2}\right)$.

4. Calcula el número de árboles que se pueden plantar en un campo como el de la figura, de 32 m de largo y 30 m de ancho, si cada árbol necesita para desarrollarse $4m^2$.



Usando la formula del área de un romboide tenemos que el área de la figura es igual a

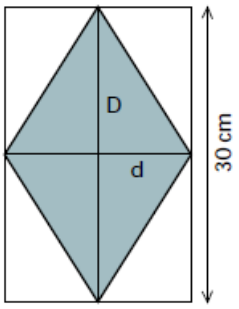
$$A = 32m \times 30m = 960m^2$$

luego dado que cada árbol necesita para desarrollarse $4m^2$, tenemos que el numero de arboles que se pueden plantar es 240 pues

$$\frac{960m^2}{4m^2} = 240.$$

5. calcula

   a) La longitud de las diagonales de un rombo inscrito en un rectángulo de $210cm^2$ de área y 30 cm de largo.



podemos notar que las diagonales del rombo D y d son iguales al lardo del rectángulo ($30cm$) y el ancho del respectivamente

Como el área del rectángulo es $210cm^2$ y tiene un largo de $30cm$ tenemos por la formula del área de un rectángulo que

$$210cm^2 = 30cm \times d$$

luego

$$d = \frac{210cm^2}{30cm} = 7cm$$

así las longitudes de las diagonales del rombo son $D = 30cm$ y $7cm$.

b) El área del rombo.

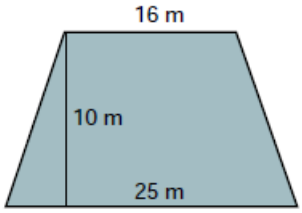
De los datos obtenidos en el anterior item tenemos que el área del rombo esta dada por

$$A = \frac{30cm \times 7cm}{2} = 105cm^2.$$

c) ¿Qué relación existe entre el área del rectángulo y la del rombo inscrito en él?

El área del rectángulo es el doble del área del rombo inscrito en el.

6. Calcula lo que costará sembrar césped en un jardín como el de la figura, si $1m^2$ de césped plantado cuesta 800 pesetas.

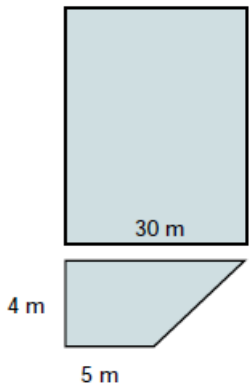


Por la formula del área de un trapecio tenemos que el área de la figura esta dada por

$$A = \frac{(16m + 25m) \times 10m}{2} = 205m^2$$

luego sembrar el césped costara 164000 pesetas pues ($205 \times 800 = 164000$).

7. Una piscina tiene $210m^2$ de área y está formada por un rectángulo para los adultos y un trapecio para los niños. Observa el dibujo



y calcula:

a) El área de cada zona de la piscina.

Como el área de niños esta formada por un rectángulo de 4m de largo y 5 m de ancho junto con un triangulo de 25 m de base (30m-5m) y 4 cm de largo tenemos que el área de la zona de niños es la suma del área del rectángulo y el triangulo anteriormente descritos, luego dicha área es

$$\begin{aligned} A &= (4m \times 5m) + \left(\frac{25m \times 4m}{2}\right) \\ &= 20m^2 + 50m^2 \qquad\qquad = 70m^2; \end{aligned}$$

ahora dado que área total de la piscina es $210m^2$ y el área de la parte de la piscina de los niños es $70m^2$ se sigue que el área de la parte de la piscina para adultos es $140m^2$ ($210m^2 - 70m^2 = 140m^2$).

b) La longitud de la piscina de adultos.

Como la piscina para adultos tiene un área de $140m^2$ y un ancho de 30 m se sigue por la formula de área de un rectángulo que el largo h de la piscina satisface que

$$140m^2 = 30m \times h$$

luego

$$h = \frac{140m^2}{30m} \approx 4.67m$$

así las longitudes de la piscina para adultos son $30m$ y $4.67m$ aproximadamente.

8. Lucía está haciéndose una bufanda de rayas trasversales de muchos colores. La bufanda mide 120 cm de largo y 30 cm de ancho y cada franja mide 8 cm de ancho.

a) ¿Cuántas rayas de colores tiene la bufanda?

Dado que cada franja mide 8 cm de ancho y la bufanda mide 30 cm de ancho tenemos que el numero total de rayas de colores de la bufanda es 3.75 $\left(\frac{30}{8} = 3.75\right)$, es decir tres rayas de 8 cm de ancho y una raya de 6 cm de ancho ($8 \times 0.75 = 6$).

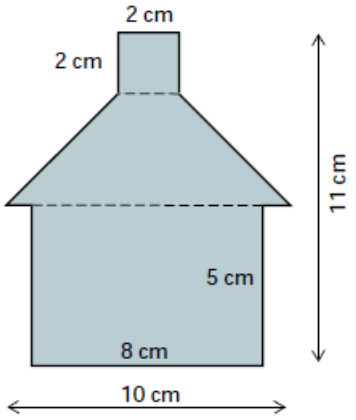
b) Calcula el área de cada franja y el área total de la bufanda.

Dado que cada franja es rectangular el área de tres franjas es de $960cm^2$ ($8cm \times 120cm$) y el área de la franja mas pequeña es de $720cm^2$; como la bufanda es rectangular y mide 30 cm de ancho y 120 cm de largo tenemos que el área de la bufanda es $3600cm^2$.

9. Las casillas cuadradas de un tablero de ajedrez miden 4 cm de lado. Calcula cuánto miden el lado y el área del tablero de ajedrez.

Dado que un tablero de ajedrez tiene 8 casillas de largo y 8 casillas de ancho, entonces cada lado del tablero mediría 32 cm ($8 \times 4cm$), luego el área del tablero de ajedrez es igual a $1024cm^2$ ($32cm \times 32cm$).

10. Observa la figura y calcula el área total.



De la figura podemos notar que el cuadrado en la parte superior tiene un área de $4cm^2$ pues sus lados miden 2 cm.

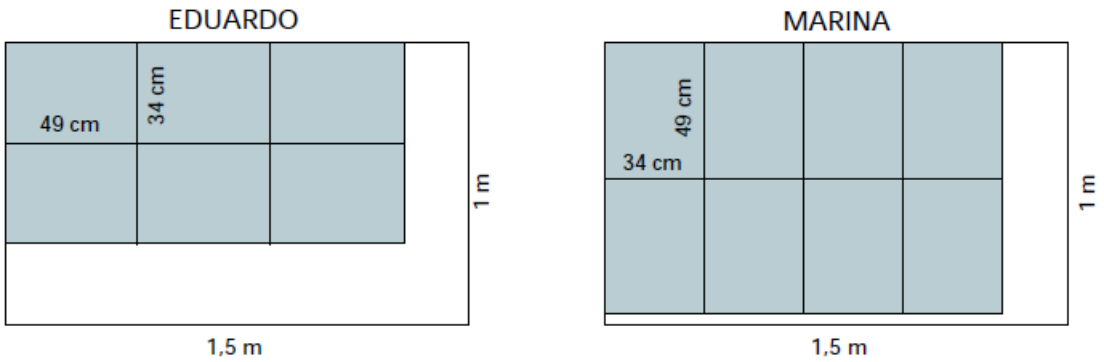
Como el largo total de la figura es 11 cm y la longitud del largo del cuadrado superior y el rectángulo inferior es 2 cm y 5 cm respectivamente, entonces el largo del trapecio es igual a 4 cm $(11cm - 5cm - 2cm)$, luego dado que la base superior del trapecio mide 2 cm y la base inferior mide 10 cm se sigue que el area del trapecio esta dada por

$$A_T = \frac{(10cm + 2cm) \times 4cm}{2} = 24cm^2.$$

Como el rectángulo mide 5 cm de largo y 8 cm de ancho tenemos que el área de dicho rectángulo es igual a $40cm^2$.

Sumando todas las áreas calculadas anteriormente se sigue que el área total de la figura es $68cm^2$ $(4cm^2 + 24cm^2 + 40cm^2)$.

11. Eduardo y Marina están forrando sus libros. Cada uno tiene un rollo de plástico de 1,5 m de largo y 1 m de ancho. Necesitan para cada libro un rectángulo de 49 cm de largo y 34 cm de ancho. Observa en los dibujos cómo ha cortado cada niño los rectángulos.



a) Calcula en cada caso cuántos cm^2 de plástico les han sobrado

Como el rollo sin cortar mide 150 cm de largo y 100 cm de ancho tenemos que el área del rollo de plástico sin cortar es igual a $15000cm^2$; ademas dado que libro necesita un rectángulo de 49 cm de largo y 34 cm de ancho se sigue que cada rectángulo cortado tiene un área de $1666cm^2$.

Dado que Eduardo a cortado 6 rectángulos y Marina a cortado 8 rectángulos en ambos casos de 49 cm y 34 cm se sigue que Eduardo a usado $9996cm^2$ del rollo de plástico y marina a usado $13328cm^2$ del rollo de plástico, de esta manera se sigue que a Eduardo le a sobrado $50004cm^2$ $(15000cm^2 - 9996cm^2)$del rollo del plástico y a Marina se a sobrado $1672cm^2$ $(15000cm^2 - 13328cm^2)$.

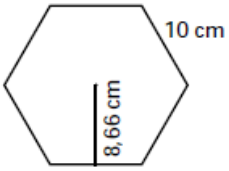
b) ¿Quién ha aprovechado mejor el rollo de plástico de forrar?

Mariana a aprovechado mejor el rollo de plástico por que le sobrado menos plástico que a Eduardo.

Áreas de otras figuras planas

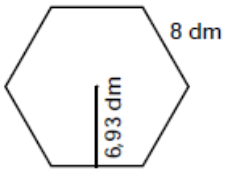
1. Calcula

   a) El área de los siguientes hexágonos regulares.



$P = 6 \times 10cm = 60cm$

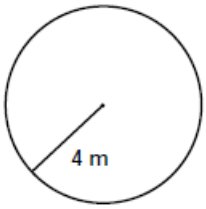
$A = \dfrac{60cm \times 8,66cm}{2} = 259,8cm^2$



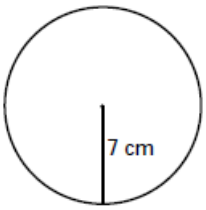
$P = 6 \times 8dm = 48dm$

$A = \dfrac{48dm \times 6.93dm}{2} = 332.64dm^2$

   b) El área de los siguientes círculos.



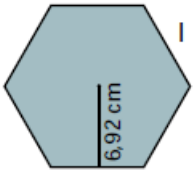
$A = \pi \times (4m)^2 = 50.26m^2$



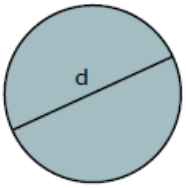
$A = \pi \times (7cm)^2 = 153.94cm^2$

2. Calcula

   a) No hay instrucciones claras de lo que se debe hacer



   b) El diámetro de un círculo que tiene $78,5cm^2$ de área.



   Como el área del circulo es $78,5cm^2$, entonces por la formula del área de un circulo se sigue que

$$78,5cm^2 = pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

entonces

$$78,5cm^2 = \frac{\pi \times d^2}{4}$$

luego

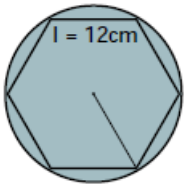
$$78,5cm^2 \times 4 = \pi \times d^2$$

en consecuencia

$$d^2 = \frac{78,5cm^2 \times 4}{\pi} \approx 99,95cm^2$$

así el diámetro del circulo es aproximadamente 9.99 cm.

c) El área de un círculo circunscrito a un hexágono regular de lado 12 cm. (Recuerda que $I = r$.)

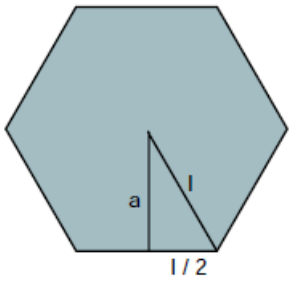


Dado que para un hexágono la longitud de los lados es igual que el radio del circulo que circunscrito, tenemos que al área del circulo circunscrito en el hexágono anterior esta dado por

$$A_C = \pi \times (12cm)^2$$

es decir el área del circulo es $452,39cm^2$ aproximadamente.

d) El área de un hexágono regular de 8 cm de lado.



Por el teorema de Pitágoras tenemos que

$$\begin{aligned} l^2 &= a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \\ &= a^2 + \frac{l^2}{4} \end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned} a^2 &= l^2 - \frac{l^2}{4} \\ &= \frac{3l}{4} \end{aligned}$$

luego

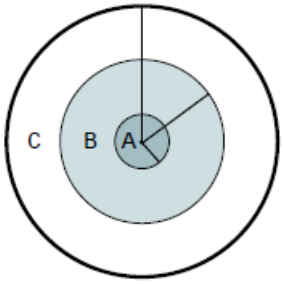
$$a = \frac{l\sqrt{3}}{4}$$

y dado que $l = 8cm$, se sigue que la apotema del hexágono es igual $3,46cm$ aproximadamente, luego debido al que el perímetro del hexágono es $48cm$, se sigue que el área del hexágono esta dada por

$$A = \frac{48cm \times 3.46cm}{2} = 83.04cm^2.$$

Problemas de áreas de figuras planas

1. Calcula el área de cada zona de una diana, sabiendo que los radios de las tres circunferencias concéntricas son respectivamente 5 cm, 10 cm y 15 cm. (Comienza por el círculo menor.)



El área de la zona A es el área de un circulo de radio 5 cm es decir el área de A es aproximadamente $25\pi cm^2$.

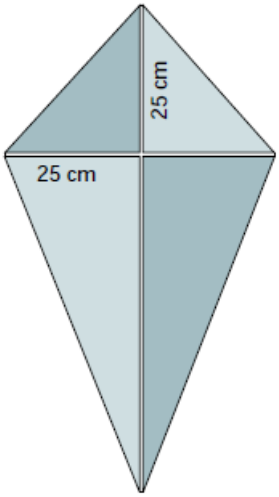
El área de la zona B es igual a el área del circulo de radio 10 cm menos el área de la zona A, es decir el área de B esta dada por

$$\begin{aligned} B &= \pi \times (10cm)^2 - A \\ &= 100\pi cm^2 - 25\pi cm^2 \\ &= 75cm^2. \end{aligned}$$

El área de la zona C es igual a el área del circulo de radio 15 cm menos el área de la zona B y A, es decir el área de C esta dada por

$$\begin{aligned} C &= \pi \times (15cm)^2 - B - A \\ &= 225\pi cm^2 - 75\pi cm^2 - 25\pi cm^2 \\ &= 125\pi cm^2. \end{aligned}$$

2. Calcula en cm^2 la cantidad de papel de seda que se necesita para hacer una cometa formada por dos palos de 75 cm y 50 cm de longitud, de manera que el palo corto cruce al largo a 25 cm de uno de sus extremos.



Para determinar la cantidad de papel de seda que se necesita para hacer la cometa determinares el área total de la cometa por medio del área de cada triangulo que la forma.

De la figura podemos notar que la parte superior de la cometa esta formada por un triangulo de base 50 cm y altura 25 cm, por lo que el área de este triangulo es igual a

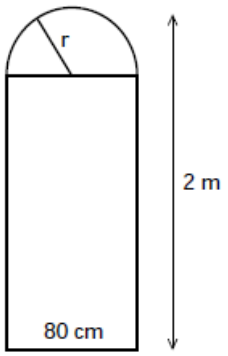
$$A_{Ts} = \frac{50cm \times 25cm}{2} = 625cm^2.$$

Como el palo vertical mide 75 cm y el palo horizontal 50 cm se sigue que triangulo que forma la parte inferior de la cometa tiene una base 50 cm y altura 50 cm, por lo que el área de este triangulo es igual a

$$A_{Ti} = \frac{50cm \times 50cm}{2} = 1250cm^2.$$

De lo anterior se sigue que el área total de la cometa es $1875cm^2$ $(A_{Ts} + A_{Ti})$, luego se necesitan $1875cm^2$ de papel de seda para hacer la cometa.

3. Calcula el área del cristal de un ventanal como el de la figura, que hay en la pared de una catedral.



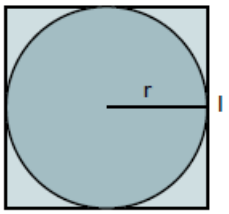
De la figura podemos deducir que la parte superior es la mitad del área de un circulo de radio de 40 cm por lo que el área de esta parte superior es igual a

$$\begin{aligned} A_C &= \frac{\pi \times (40cm)^2}{2} \\ &= 2513,27cm^2 \end{aligned}$$

Ademas dado que la altura de la figura es de 200 cm y el radio de la parte superior es 40 cm se sigue que el largo de la altura del rectángulo es 160 cm y el ancho es de 80 cm, luego el área del rectángulo que hace parte del ventanal es igual a $12800cm^2$ $(80cm \times 160cm)$.

De todo lo anterior se sigue que el área del cristal del ventanal es igual a $15313,27cm$.

4. Se quiere recortar en un cartón cuadrado de $144cm^2$ de área el mayor círculo posible.



a) ¿Cuánto medirá su radio?

Como el área del cuadrado es igual $144cm^2$, entonces se sigue que

$$144cm^2 = l^2$$

luego $l = 12cm$, en consecuencia el radio debe ser igual a la mitad de longitud de los lados del cuadrado es decir $r = 6cm$

b) ¿Cuál será su área?

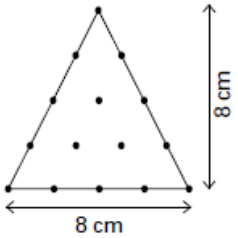
El área del circulo es igual a

$$\begin{aligned} A_c &= \pi \times (6cm)^2 \\ &\approx 113,09 \end{aligned}$$

c) ¿Cuántos cm^2 de cartón se desperdiciarán?

Se desperdician $30,91cm^2$ de cartón pues $144cm^2 - 113,09cm^2 = 30,91cm^2$.

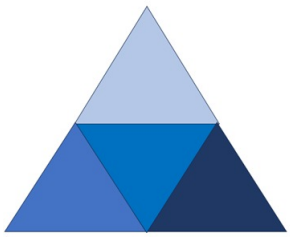
5. Observa este triángulo isósceles.



a) Calcula el número de triángulos isósceles iguales de $8cm^2$ de área que se pueden formar al dividir este triángulo.

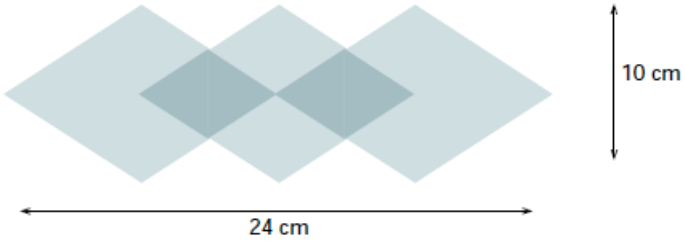
El numero d triángulos isósceles de área igual a $8cm^2$ que se pueden formar al dividir el triangulo son 4.

b) Dibuja y colorea cada triángulo de un color distinto. ¿Cuánto miden la base y la altura de estos triángulos?



La base y la altura de cada uno de estos triángulos miden 4 cm.

6. El jersey de Teresa tiene un dibujo de rombos como el de la figura. La tranja mide 24 cm de largo y 10 cm de ancho. Calcula el área total de la figura.



De la figura podemos notar que todos los rombos son iguales en cuanto a dimensiones, ademas la diagonal horizontal de los rombos es igual a la mitad del ancho de la figura, es decir $12cm$ y dado que la figura tiene una altura de $10cm$ se sigue que la diagonal vertical de cada unos de los rombos mide $10cm$, de esta manera por la formula del área de un rombo tenemos que el área de cada uno de los rombos es igual a

$$A_R = \frac{10cm \times 12cm}{2} = 60cm^2.$$

De la figura, podemos observar que la diagonal horizontal de los rombos pequeños, tanto superiores como inferiores, formados dentro del rombo central, es igual a la mitad de la diagonal horizontal de cada rombo grande, es decir, $6cm$. Además, la diagonal vertical de estos rombos pequeños también corresponde a la mitad de la diagonal vertical de los rombos grandes, lo que equivale a $5cm$.

de lo anterior se sigue que el área de los rombos pequeños superior e inferior que se encuentran en el centro es igual a

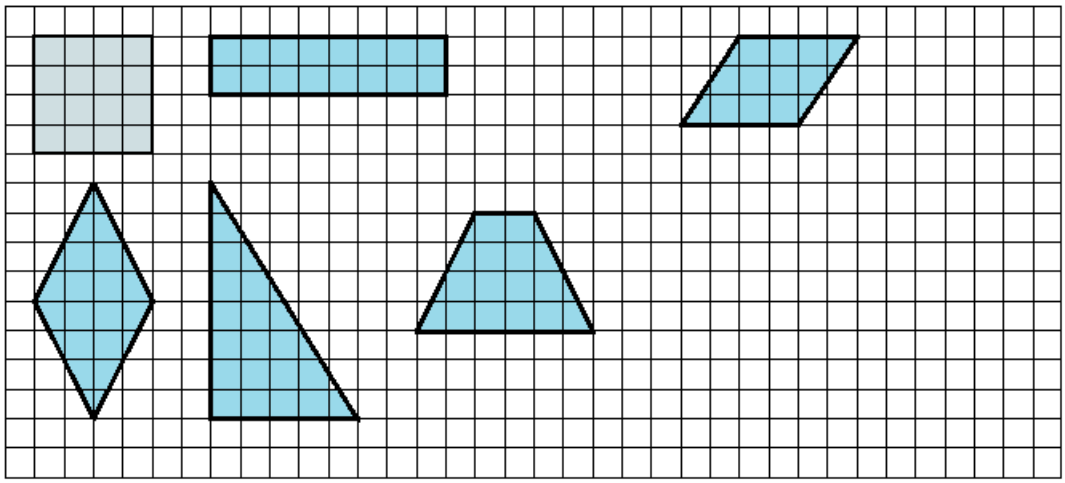
$$A_{Rp} = \frac{6cm \times 5cm}{2} = 15cm^2.$$

Sumando el área de los dos rombos grandes mas el área de los dos rombos pequeños tenemos que el área total de la figura de la ilustración es igual a $150cm^2$ pues

$$A_R + A_R + A_{Rp} + A_{Rp} = 150cm^2$$

7. Un cuadrado tiene $16cm^2$ de área.

   Dibuja en la cuadrícula y escribe las dimensiones del cuadrado y de un rectángulo. un romboide, un triángulo y un trapecio que tengan el mismo área que el cuadrado.



$Cuadrado:$	$l = 4cm$		
$Rectángulo:$	$b = 8cm$	$h = 2cm$	
$Romboide:$	$b = 4cm$	$h = 4cm$	
$Triangulo:$	$b = 8cm$	$h = 4cm$	
$Trapecio:$	$B = 6cm$	$b = 2cm$	$h = 4$
$Rombo:$	$D = 8cm$	$d = 4cm$	